2019年度　京都府公立高校入試問題（中期選抜）

40分
40点

（注）　円周率はπとしなさい。
答えの分数が約分できるときは，約分しなさい。
答えが$\sqrt{}$をふくむ数になるときは，$\sqrt{}$の中を最も小さい正の整数にしなさい。
答えの分母が$\sqrt{}$をふくむ数になるときは，分母を有理化しなさい。

1　次の問い(1)～(8)に答えよ。

(1)　$(-6)^2 - 4^2 \div 2$ を計算せよ。

(2)　$\dfrac{3a+1}{4} - \dfrac{4a-7}{6}$ を計算せよ。

(3)　$\sqrt{27} + \sqrt{24} \times \sqrt{8}$ を計算せよ。

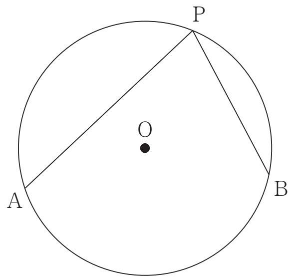
(4)　次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x = 2 + y \\ 9x - 5y = 2 \end{cases}$$

(5)　$3a^2 - 24a + 48$ を因数分解せよ。

(6)　直線 $y = -\dfrac{2}{3}x + 5$ に平行で，点$(-6,\ 2)$を通る直線の式を求めよ。

(7)　右の図のように，円Oの周上に3点A，B，Pがあり，$\angle APB = 75°$である。円周角$\angle APB$に対する$\overset{\frown}{AB}$の長さが4πcmであるとき，円Oの周の長さを求めよ。



(8)　3枚の硬貨を同時に投げるとき，少なくとも1枚は表が出る確率を求めよ。ただし，それぞれの硬貨の表裏の出方は，同様に確からしいものとする。

2　ある中学校では，生徒の通学時間を調査している。次の表は，3年1組の生徒全員の通学時間を調査した結果を，度数分布表に整理したものである。また，次の資料は，3年2組の生徒全員の通学時間を調査した結果を，通学時間の短い順に並べたものである。

このとき，下の問い(1)～(3)に答えよ。

表　3年1組の生徒の通学時間

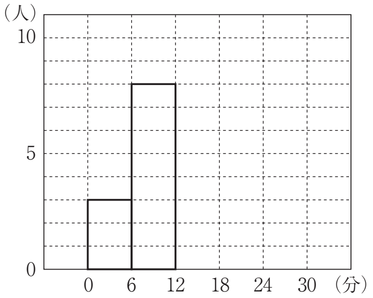
通学時間(分)	度数(人)
以上　未満 0 ～ 6	5
6 ～ 12	11
12 ～ 18	6
18 ～ 24	5
24 ～ 30	2
計	29

資料　3年2組の生徒の通学時間(分)

3，4，5，6，7，8，9，9，10，10，11，12，12，13，13，13，14，15，15，16，16，18，19，20，20，21，22，22，25，27

(1)　表について，中央値がふくまれる階級の階級値を求めよ。

(2)　右の図は，3年2組の生徒全員の通学時間をヒストグラムに表したものの一部であり，0分以上6分未満の階級と6分以上12分未満の階級までかいてある。残りの階級について，右の図に必要な線をかき入れて，ヒストグラムを完成させよ。ただし，ヒストグラムをぬりつぶす必要はない。



(3)　表および資料から必ずいえるものを，次の(ア)～(オ)からすべて選べ。

(ア)　通学時間が18分未満の生徒の人数は，3年1組の方が3年2組よりも1人だけ少ない。

(イ)　通学時間が24分以上の生徒の，学級全体の生徒に対する割合は，3年1組の方が3年2組より大きい。

(ウ)　3年1組の通学時間が6分以上18分未満の生徒の人数と，3年2組の通学時間が12分以上24分未満の生徒の人数は等しい。

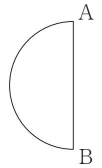
(エ)　3年1組と3年2組を合わせた生徒59人のうち，通学時間が最も短い生徒は，通学時間が3分の生徒である。

(オ)　3年1組と3年2組を合わせた生徒59人の通学時間を長い順に並べたとき，値の大きい方から数えて16番目の通学時間は18分である。

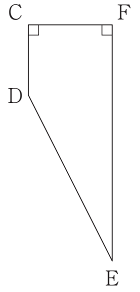
3 右のⅠ図のように，ABを直径とする半円があり，AB = 3cmである。この半円を，直線ABを回転の軸として1回転させてできる立体をXとする。また，右のⅡ図のように，台形CDEFがあり，CD = $\frac{5}{3}$cm，CF = 2cm，DE = $2\sqrt{5}$cm，∠C = ∠F = 90°である。

このとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。

Ⅰ図



Ⅱ図



(1) 立体Xの表面積を求めよ。また，辺EFの長さを求めよ。

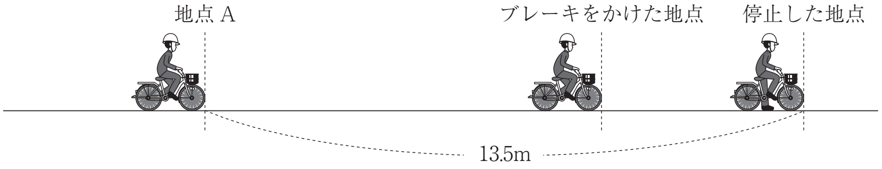
(2) 台形CDEFを，直線EFを回転の軸として1回転させてできる立体をYとするとき，立体Xと立体Yの体積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

4 自転車に乗っている人がブレーキをかけるとき，ブレーキがきき始めてから自転車が止まるまでに走った距離を制動距離といい，この制動距離は速さの2乗に比例することが知られている。太郎さんの乗った自転車が秒速2mで走るときの制動距離は0.5mであった。

このとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。

(1) 太郎さんの乗った自転車が秒速xmで走るときの制動距離をymとする。yをxの式で表せ。また，xが5から7まで変化するとき，yの増加量はxの増加量の何倍か求めよ。

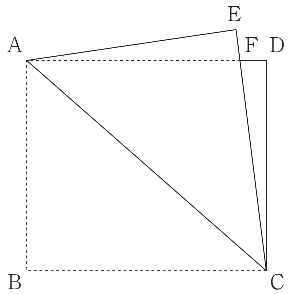
(2) 次の図のように，太郎さんの乗った自転車が一定の速さで走っており，地点Aを越えてから1.5秒後にブレーキをかけると，自転車は地点Aから13.5mのところで停止した。このとき，ブレーキをかける直前の自転車の速さは秒速何mか求めよ。ただし，自転車の大きさについては考えないものとし，ブレーキはかけた直後からきき始めるものとする。



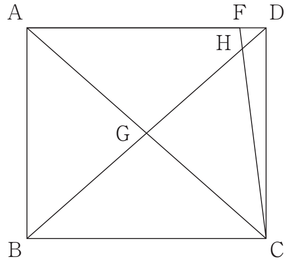
5　右のⅠ図のように，AB ＜ BC である長方形 ABCD を，対角線 AC を折り目として折り返し，点 B が移った点を E，線分 AD と線分 CE の交点を F とする。次に，右のⅡ図のように，折り返した部分をもとにもどす。線分 BD と線分 AC，線分 CF との交点をそれぞれ G，H とすると，CH = 12cm，GH = 8 cm である。

このとき，次の問い(1)～(3)に答えよ。

Ⅰ図



Ⅱ図



(1)　∠BCG と大きさが等しい角を，次の(ア)～(カ)からすべて選べ。

(ア)　∠CBG　　(イ)　∠CDH　　(ウ)　∠DFH
(エ)　∠DHF　　(オ)　∠FDH　　(カ)　∠GCH

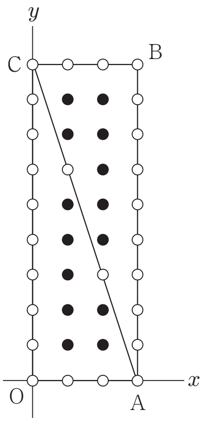
(2)　線分 BG の長さを求めよ。

(3)　△DFH の面積を求めよ。

6　m を自然数とする。原点 O，A (m，0)，B (m，$3m$)，C (0，$3m$)の 4 つの点を頂点とする長方形 OABC がある。長方形 OABC の周上および対角線 AC 上にある，x 座標，y 座標がともに整数である点を○で表し，白い点とよぶことにする。また，△OAC および△ABC の内部にある，x 座標，y 座標がともに整数である点を●で表し，黒い点とよぶことにする。

右の図のように，たとえば，m = 3 のとき，白い点の個数は 26 個，黒い点の個数は 14 個である。

このとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。



(1)　m = 4 のとき，白い点の個数および黒い点の個数を求めよ。

(2)　白い点の個数が 458 個である m の値を求めよ。また，そのときの黒い点の個数を求めよ。

2019年度　京都府公立高校入試問題（中期選抜）

1　(1) 28　(2) $\dfrac{a+17}{12}$　(3) $11\sqrt{3}$　(4) ($x=$) -2　($y=$) -4　(5) $3(a-4)^2$

(6) ($y=$) $-\dfrac{2}{3}x-2$　(7) $\dfrac{48}{5}\pi$ (cm)　(8) $\dfrac{7}{8}$

≪解説≫

(1) 与式 $=36-16\div2=36-8=28$

(2) 与式 $=\dfrac{3(3a+1)-2(4a-7)}{12}=\dfrac{9a+3-8a+14}{12}=\dfrac{a+17}{12}$

(3) 与式 $=\sqrt{3^3}+\sqrt{2^2\times6}\times\sqrt{2^3}=3\sqrt{3}+2\sqrt{6}\times2\sqrt{2}=3\sqrt{3}+8\sqrt{3}=11\sqrt{3}$

(4) 与式を順に①，②とする。①を②に代入して，$9(2+y)-5y=2$ より，$18+9y-5y=2$　よって，$4y=-16$ より，$y=-4$　これを①に代入して，$x=2+(-4)=-2$

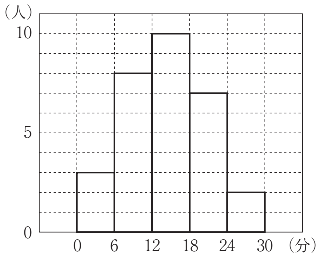
(5) 与式 $=3(a^2-8a+16)=3(a-4)^2$

(6) 求める直線の式は，$y=-\dfrac{2}{3}x+b$ と表せる。点$(-6,\ 2)$を通ることから，$2=-\dfrac{2}{3}\times(-6)+b$ より，$b=-2$　よって，$y=-\dfrac{2}{3}x-2$

(7) $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角と中心角の関係より，$\angle\mathrm{AOB}=2\angle\mathrm{APB}=2\times75^\circ=150^\circ$　弧の長さと，それに対する中心角の大きさは比例するから，円Oの周の長さは，$4\pi\times\dfrac{360}{150}=\dfrac{48}{5}\pi$ (cm)

(8) 3枚の硬貨の出方は全部で，$2\times2\times2=8$（通り）　このうち，1枚も表が出ないのは，3枚とも裏になる1通りだけだから，求める確率は，$\dfrac{8-1}{8}=\dfrac{7}{8}$

2　(1) 9（分）　(2)（右図）　(3) (イ)，(ウ)，(オ)



≪解説≫

(1) 29人の記録の中央値は，通学時間の短い方から15番目の記録となる。よって，度数分布表より，中央値は6分以上12分未満の階級にふくまれるから，求める階級値は，$\dfrac{6+12}{2}=9$（分）

(2) 12分以上18分未満の生徒は10人，18分以上24分未満の生徒は7人，24分以上30分未満の生徒は2人だから，ヒストグラムは上図のようになる。

(3) (ア) 18分未満の生徒は，1組が，$5+11+6=22$ (人)，2組が，$3+8+10=21$ (人) だから，正しくない。(イ) 生徒数が1組は29人，2組は30人だから，$\frac{2}{29}>\frac{2}{30}$ より，正しい。(ウ) 1組が，$11+6=17$ (人)，2組が，$10+7=17$ (人) だから正しい。(エ) 度数分布表だけでは1組の生徒の通学時間は確定できないから，正しくない。(オ) 1組と2組全員のうち，通学時間が18分以上の生徒は，$5+2+7+2=16$ (人)　よって，値の大きい方から16番目の通学時間は，18分以上で最も18分に近い値となる。2組に通学時間が18分の生徒がいるから，正しい。

3 (1) (表面積) 9π (cm^2)　(EF＝) $\frac{17}{3}$ (cm)　(2) (立体Xの体積：立体Yの体積＝) 3：8

≪解説≫

(1) 立体Xは，半径 $\frac{3}{2}$cm の球だから，その表面積は，$4\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=9\pi$ (cm^2)　DからEFに垂線DHを下ろすと，$FH=CD=\frac{5}{3}$cm　また，$DH=CF=2$cm だから，△DEHにおいて，三平方の定理より，$EH=\sqrt{DE^2-DH^2}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{16}=4$ (cm)　よって，$EF=EH+FH=4+\frac{5}{3}=\frac{17}{3}$ (cm)

(2) 立体Xの体積は，$\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{9}{2}\pi$ (cm^3)　立体Yは，底面が半径CFの円で高さがFHの円柱と，底面が半径DHの円で高さがEHの円すいを合わせたものだから，体積は，$\pi\times2^2\times\frac{5}{3}+\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4=\frac{20}{3}\pi+\frac{16}{3}\pi=\frac{36}{3}\pi=12\pi$ (cm^3)　よって，(立体Xの体積)：(立体Yの体積)＝ $\frac{9}{2}\pi:12\pi=9:24=3:8$

4 (1) (y＝) $\frac{1}{8}x^2$，$\frac{3}{2}$ (倍)　(2) (秒速) 6 (m)

≪解説≫

(1) y は x の2乗に比例するから，$y=ax^2$ と表せる。この式に，$x=2$，$y=0.5$ を代入して，$0.5=a\times2^2$ より，$a=\frac{1}{8}$　よって，求める式は，$y=\frac{1}{8}x^2$　さらに，$y=\frac{1}{8}\times5^2=\frac{25}{8}$，$y=\frac{1}{8}\times7^2=\frac{49}{8}$ より，$\left(\frac{49}{8}-\frac{25}{8}\right)\div(7-5)=\frac{3}{2}$ (倍)

(2) ブレーキをかける直前の自転車の速さを秒速 t m とすると，地点Aからブレーキをかけた地点までは $1.5t$ m，ブレーキをかけた地点から停止した地点までは $\frac{1}{8}t^2$m と表せ

るから，$1.5t + \frac{1}{8}t^2 = 13.5$　移項して両辺に8をかけると，$t^2 + 12t - 108 = 0$ より，$(t + 18)(t - 6) = 0$ だから，$t = -18,\ 6$　$t > 0$ より，秒速6m。

5　(1) (ア)，(オ)，(カ)　(2) 10 (cm)　(3) $\frac{5\sqrt{7}}{12}$ (cm^2)

≪解説≫

(1) △GBCは二等辺三角形だから，∠CBG＝∠BCG　AD∥BCより，∠FDH＝∠CBG　ECはBCを折り返した部分だから，∠GCH＝∠BCG　よって，(ア)，(オ)，(カ)が適する。

(2) ∠GCH＝∠CBH，∠GHC＝∠CHBより，△CGH∽△BCHだから，CH：GH＝BH：CHより，12：8＝BH：12　よって，$BH = \frac{12 \times 12}{8} = 18$ (cm)となるから，$BG = BH - GH = 18 - 8 = 10$ (cm)

(3) DG＝CG＝BG＝10cmより，$DH = 10 - 8 = 2$ (cm)　∠FDH＝∠GCH，∠DHF＝∠CHGより，△DFH∽△CGHだから，$DF = 10 \times \frac{2}{12} = \frac{5}{3}$ (cm)，$HF = 8 \times \frac{2}{12} = \frac{4}{3}$ (cm)　さらに，$CF = CH + HF = 12 + \frac{4}{3} = \frac{40}{3}$ (cm)　したがって，△CDFにおいて三平方の定理より，$CD = \sqrt{CF^2 - DF^2} = \sqrt{\left(\frac{40}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1575}{9}} = 5\sqrt{7}$ (cm)となるから，$\triangle CDF = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 5\sqrt{7} = \frac{25\sqrt{7}}{6}$ (cm^2)　よって，$FH : FC = \frac{4}{3} : \frac{40}{3} = 1 : 10$ より，$\triangle DFH = \frac{1}{10}\triangle CDF = \frac{1}{10} \times \frac{25\sqrt{7}}{6} = \frac{5\sqrt{7}}{12}$ (cm^2)

6　(1) (白い点) 35 (個)　(黒い点) 30 (個)　(2) (m ＝) 51　(黒い点) 7550 (個)

≪解説≫

(1) $m = 4$ のとき，A (4, 0)，B (4, 12)，C (0, 12)となる。長方形OABCの周上の白い点の個数は，$4 \times 2 + 12 \times 2 = 32$ (個)　また，直線ACの式は，$y = -3x + 12$ だから，対角線AC上の点A，Cを除く白い点は，点(1, 9)，(2, 6)，(3, 3)の3個。よって，白い点の個数は，$32 + 3 = 35$ (個)　すべての点の個数は，$(4 + 1) \times (12 + 1) = 65$ (個)だから，黒い点の個数は，$65 - 35 = 30$ (個)

(2) 長方形OABCの周上の白い点の個数は，$m \times 2 + 3m \times 2 = 8m$ (個)，対角線AC上の点A，Cを除く白い点は$(m - 1)$個だから，$8m + (m - 1) = 458$　が成り立つ。これを解いて，$m = 51$　また，すべての点の個数は，$(51 + 1) \times (3 \times 51 + 1) = 8008$ (個)だから，黒い点の個数は，$8008 - 458 = 7550$ (個)